Differentiations - Formelsammlung

$$f = f(x)$$
$$g = g(x)$$

Allgemeine Regeln:

$$\frac{\triangle y}{\triangle x} \ldots \textit{Differenzenquotient}$$

$$y'(x) = \lim_{\triangle x \to 0} \frac{\triangle y}{\triangle x} = \frac{dy}{dx} = \lim_{\triangle x \to 0} \frac{y(x+\triangle x) - y(x)}{\triangle x} \ldots \textit{Differenzialquotient}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} * \frac{du}{dx} \ldots \textit{Kettenregel (innere Ableitung)}$$

$$(f+c)' = f'$$
$$(c*f)' = c*f'$$

$$(f*g)' = f'g + fg' \ldots \mathrm{Pr}\,\textit{oduktregel}$$

$$\left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{f'g - fg'}{g^2} \ldots \textit{Quotientenregel}$$

$$(x^n)' = n * x^{n-1}$$

$$(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

Ableitung transzendenter Funktionen:

$$(\sin x)' = \cos x$$
$$(\cos x)' = -\sin x$$

$$(\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \,\Big|\, |x| < 1$$

$$(\arccos x)' = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \,\Big|\, |x| < 1$$

$$(\arctan x)' = \frac{1}{1+x^2}$$

$$(e^x)' = e^x$$
$$(a^x)' = a^x * \ln a$$
$$(\ln x)' = \frac{1}{x}$$
$$(\log_a x)' = \frac{1}{x * \ln a}$$

Anwendungen:

$\mathrm{Re}\,\textit{gel von De L'Hospital}$

$$\lim_{\triangle x \to x_0} \frac{f}{g} = \lim_{\triangle x \to x_0} \frac{f'}{g'} \,\Big|\, \lim_{\triangle x \to x_0} \frac{f}{g} = (0 \vee \infty) \wedge \lim_{\triangle x \to x_0} \frac{f}{g} \textit{ existiert}$$

Newton'sches Näherungsverfahren

$$\lim_{x_{n+1} \to \infty} \left(x_{n+1} = x_n - \frac{f}{f'}\right),\ x_{n+1} \textit{ strebt gegen } x$$

$$\textit{für das } f = 0 \,\Big|\, \textit{Funktion ist differenzierbar}$$

Gleichung der Tangente $y_T(x)$
an die Funktion f *im Punkt* $P(x_P, y_P)$:

$$y_T(x) = f'(x_P) * (x - x_P) + y_P$$